

Bundeswettbewerb Mathematik 2006, 1. Runde, Aufgabe 1

Man finde zwei aufeinander folgende positive ganze Zahlen, deren Quersummen beide durch 2006 teilbar sind.

Lösung von Darij Grinberg:

Betrachten wir die zwei aufeinander folgenden positiven ganzen Zahlen

$$\begin{aligned} a &= \underbrace{11\dots1}_{2005 \text{ Einsen}} \ 0 \ \underbrace{99\dots9}_{223 \text{ Neunen}} ; \\ a+1 &= \underbrace{11\dots1}_{2005 \text{ Einsen}} \ 1 \ \underbrace{00\dots0}_{223 \text{ Nullen}} . \end{aligned}$$

Die Quersumme der Zahl a ist $2005 \cdot 1 + 0 + 223 \cdot 9 = 2005 + 0 + 2007 = 4012 = 2 \cdot 2006$; die Quersumme der Zahl $a+1$ ist $2005 \cdot 1 + 1 + 223 \cdot 0 = 2005 + 1 = 2006$. Beide Quersummen sind durch 2006 teilbar. Damit ist die Aufgabe gelöst.