Übungen zu “Technische Grundlagen der Informatik” Blatt 1

14. Mai 2006

Inhaltsverzeichnis

Aufgabe 1: Hexadezimal-Zahlendarstellung

(a.)

(i) $(98E4)_{16}$

in Dezimaldarstellung:

place	16^3	16^2	16^1	16^0
values	4096	256	16	1
hex	9	8	E	4

$$\Rightarrow 9 * 16^3 + 8 * 16^2 + 14 * 16^1 + 4 * 16^0 = 39140$$
$$\Rightarrow (98E4)_{16} = (39140)_{10}$$

in Binärdarstellung:

hex	9	8	E	4
binär	1001	1000	1110	0100

$$\Rightarrow (98E4)_{16} = (1001100011100100)_2$$

Eine andere Möglichkeit wäre es gewesen von Dezimal in Binär umzuwandeln.

(ii) $(ABCD)_{16}$

in Dezimaldarstellung:

place	16^3	16^2	16^1	16^0
values	4096	256	16	1
hex	A	B	C	D

$$\Rightarrow 10 * 4096 + 11 * 256 + 12 * 16 + 13 * 1 = 43981$$
$$\Rightarrow (ABCD)_{16} = (43981)_{10}$$

in Binärdarstellung:

hex	A	B	C	D
binär	1010	1011	1100	1101

$$\Rightarrow (ABCD)_{16} = (1010101111001101)_2$$

(b.)

(i) $(0101110011101011)_2$

binär	0101	1100	1110	1011
hex	5	C	E	B

$$\Rightarrow (0101110011101011)_2 = (5CEB)_{16}$$

(ii) $(1111000110100100)_2$

binär	1111	0001	1010	0100
hex	F	1	A	4

$$\Rightarrow (1111000110100100)_2 = (F1A4)_{16}$$

(c.)

(ii) Dual-Oktal-Transformation

1. Statt die Ausgangszahl in 4er-Blöcke zu teilen, muss sie in 3er-Blöcke geteilt werden.

2. Besteht die Dualzahl aus einer nicht durch 3 teilbaren Anzahl Bits, so wird vorne mit Nullen aufgefüllt.

Aufgabe 2: Darstellung ganzer Zahlen

(a.)

(i) $(123)_{10}$

in Binärdarstellung:

Rechnung	Ergebnis	Rest
123/2	61	1
61/2	30	1
30/2	15	0
15/2	7	1
7/2	3	1
3/2	1	1
1/2	0	1

$\Rightarrow (120)_{10} = (1111011)_2$

In 1er-Komplement-Darstellung (10 Bit): 0001111011
In 2er-Komplement-Darstellung (10 Bit): 0001111011
In Sign/Magnitude-Darstellung(10 Bit): 0001111011

(ii) $(-123)_{10}$

In 1er-Komplement-Darstellung (10 Bit): 1110000100
In 2er-Komplement-Darstellung (10 Bit): 1110000101
In Sign/Magnitude-Darstellung(10 Bit): 1001111011

(b.)

(i) $(1111101011)_2$

[**Vorzeichenlose Darstellung:**
$(1111101011)_2 = (1003)_{10}$]

2er-Komplement-Darstellung:
$(0000010101)_2 = (21)_{10}$
Also $(1111101011)_2 := (-21)_{10}$
[Kontrolle durch andere Rechenmethode: $-2^9+2^8+2^7+2^6+2^5+2^3+2^1+2^0 = -21$]

1er-Komplement-Darstellung:
$(0000010100)_2 = (20)_{10}$
Also $(1111101011)_2 := (-20)_{10}$

Sign/Magnitude-Darstellung:
$(1111101011)_2 = (-491)_{10}$

(ii) $(0001011010)_2$

[**Vorzeichenlose Darstellung:**
$(0001011010)_2 = (90)_{10}$]

2er-Komplement-Darstellung:
$(0001011010)_2 = (90)_{10}$

1er-Komplement-Darstellung:
$(0001011010)_2 = (90)_{10}$

Sign/Magnitude-Darstellung:
$(0001011010)_2 = (90)_{10}$

(c.)

(i)

2er-Komplement-Darstellung: 0111111111
1er-Komplement-Darstellung: 0111111111
Sign/Magnitude-Darstellung: 0111111111

(ii)

2er-Komplement-Darstellung: 0000000001
1er-Komplement-Darstellung: 0000000001
Sign/Magnitude-Darstellung: 0000000001

(iii)

2er-Komplement-Darstellung: 1111111111
1er-Komplement-Darstellung: 1111111110
Sign/Magnitude-Darstellung: 1000000001

(iv)

2er-Komplement-Darstellung: 1000000000
1er-Komplement-Darstellung: 1000000000
Sign/Magnitude-Darstellung: 1111111111

(v)

2er-Komplement-Darstellung: 0000000000
1er-Komplement-Darstellung: 0000000000 und 1111111111 (2 Bitmuster zur Darstellung)
Sign/Magnitude-Darstellung: 0000000000 und 1000000000 (2 Bitmuster zur Darstellung)

(d.)

$$\begin{array}{rr|r} & 1111101011 & (=-21) \\ & 0001011010 & (=90) \\ \hline & 10001000101 & \\ 1abschneiden & 0001000101 & \mathbf{=69} \end{array}$$

(e.)

(i)-(ii):
Das 2er-Komplement von 0001011010 ist 1110100110.

$$\begin{array}{rr|r} & 1111101011 & (=-21) \\ & 1110100110 & (=-90) \\ \hline & 11110010001 & \\ 1abschneiden & 1110010001 & \mathbf{= \text{-}111} \\ 2er-Komplement: & 0001101111 & =111 \end{array}$$

(ii)-(i):
Das 2er-Komplement von 1111101011 ist 0000010101.

$$\begin{array}{r|r} 0001011010 & (=90) \\ 0000010101 & (=21) \\ \hline 0001101111 & \mathbf{=111} \end{array}$$

(f.)

$(\mathbf{0011001001})_\mathbf{2} - (\mathbf{0100000101})_\mathbf{2}$:
Das 2er-Komplement von 0100000101 ist 1011111011.

$$\begin{array}{rr|r} & 0011001001 & (=201) \\ & 1011111011 & (=-261) \\ \hline & 1111000100 & \mathbf{= \text{-}60} \\ 2er-Komplement: & 0000111100 & =60 \end{array}$$

$(\mathbf{0100000101})_\mathbf{2} - (\mathbf{0011001001})_\mathbf{2}$:
Das 2er-Komplement von 0011001001 ist 1100110111.

$$\begin{array}{rr|r} & 0100000101 & (=261) \\ & 1100110111 & (=-201) \\ \hline & 10000111100 & \\ 1abschneiden & 0000111100 & \mathbf{=60} \end{array}$$

(g.)

- Wenn zwei positive Zahlen addiert werden, und beim Ergebnis das hochwertigste Bit eine 1 ist.
- Wenn zwei negative Zahlen addiert werden, und beim Ergebnis die beiden vordersten Bitszahlen 10 sind.

→ Dann liegt das Ergebnis der Addition über der größten repäsentierbaren Zahl, Überlauf.

(h.) Verfahren zur Multiplikation

Ausgehend von Beispielen wurde das Verfahren zur Multiplikation von Dualzahlen in 2er-Komplement-Darstellung entwickelt:

$$\begin{aligned}
\text{z.B.: } 3 * 2 = 6 & \\
3 &= 0011 \\
2 &= 0010 \\
6 &= 0110 \\
\text{z.B.: } 3 * 3 = 9 & \\
3 &= 0011 \\
3 &= 0011 \\
9 &= 1001 \\
\text{z.B.: } -3 * 2 = -6 & \\
-3 &= 1101 \\
2 &= 0010 \\
-6 &= 1010 \\
\text{z.B.: } -3 * -2 = -6 & \\
-3 &= 1101 \\
-2 &= 1110 \\
6 &= 1010
\end{aligned}$$

Verfahren:

1. Für jeden Operanden der eine negative Zahl darstellt, muss mit dem 2er-Komplement gerechnet werden.
2. Die Multiplikation entspricht einer Linksverschiebung der Bits.
   Für jede 1 im zweiten Operanden wird eine Multiplikation ausgeführt und die Ergebnisse anschließend addiert.
3. (a) Bei einer Multiplikation von zwei positiven Zahlen ist das endgültige Ergebnis (in 2er-Komplement-Darstellung) das Ergebnis von Schritt 2.
   (b) Bei einer Multiplikation von einer positiven und einer negativen Zahl ist das endgültige Ergebnis (in 2er-Komplement-Darstellung) das 2er-Komplement des Ergebnisses von Schritt 2.
   (c) Bei einer Multiplikation von zwei negativen Zahlen ist das endgültige Ergebnis (in 2er-Komplement-Darstellung) das Ergebnis von Schritt 2.

(i.)

Ja! Das *2er-Komplement* ist immer das eine Komplement zu einer bestimmten Binärzahl. Die *2er-Komplement-Darstellung* bezeichnet nur, wie im Speicher die positiven und negativen Zahlen repräsentiert werden.

Aufgabe 3: Ein kleines Rätsel

Tim hat nicht Recht, denn 30 und 42 sind durch 6 teilbar, aber
$(30)_{10} = (1111)_2$ hat 4 Einser in ihrer Binärdarstellung, und
$(42)_{10} = (101010)_2$ hat 3 Einser in ihrer Binärdarstellung.

Tom hat nicht Recht, 42 ist durch 6 teilbar, aber
$(42)_{10} = (101010)_2$ hat 3 Einser (ungerade Anzahl) in ihrer Binärdarstellung.