Binomialverteilung

- Bernoulli-Kette (genau zwei einander ausschließende Ereignisse möglich und unabhängige Durchführungen)
- $\Rightarrow$ Ziehen mit Zurücklegen

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$\boxed{P(X = k) = B(n;\, p;\, k) = \binom{n}{k} \cdot p^{k} \cdot q^{n-k}}$$

n = Anzahl der Versuche
p = Erfolgswahrscheinlichkeit
q = 1 – p
k = Anzahl der Treffer (Erfolge mit Wahrscheinlichkeit p)

Erwartungswert: E(X) = μ = **n·p**

Varianz: V(X) = **n·p·q**

Verteilung: $P(X \le k) = F_{n;\,p}(k) = \sum_{i=0}^{k}\left[\binom{n}{i} \cdot p^{i} \cdot (1-p)^{n-i}\right]$

Normalverteilung

Zentraler Grenzwertsatz (verkürzt): Jede beliebige Summe von (unabhängigen und gleichverteilten) Zufallsgrößen ist annähernd normalverteilt (z. B. viele in der Natur vorkommende Größen).

Dichtefunktion:

$$\boxed{P(X = x) = N_{\mu;\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}$$

μ = Erwartungswert
σ = Standardabweichung
x = das Quantil, also der Funktionswert der Verteilung
Erwartungswert: E(X) = **μ** = n·p
Varianz: V(X) = **σ^2** = n·p·q

Verteilung: $\Phi_{\mu\sigma}(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi_{\mu;\sigma}(t)\,dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt$

Hypergeometrische Verteilung

- Genau zwei einander ausschließende Ereignisse
- Ziehen **mit** Zurücklegen

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$\boxed{P(X = k) = H(N;\, K;\, n;\, k) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}}$$

N = Gesamtanzahl der Elemente
K = Gesamtzahl der Elemente mit bestimmter Eigenschaft
n = Umfang der Stichprobe (Anzahl der Ziehungen)
k = Anzahl der Elemente in dieser Stichprobe mit der Eigenschaft
Erwartungswert: E(X) = $\mathbf{n \cdot \frac{K}{N}}$ = n·p
Varianz: V(X) = $\mathbf{n \cdot \frac{K}{N} \cdot \left(1 - \frac{K}{N}\right) \cdot \frac{N-n}{N-1}} = n \cdot p \cdot q \cdot \frac{N-n}{N-1}$,
wobei gilt: $p = \frac{K}{N}$ und $q = 1 - p = 1 - \frac{K}{N}$

Verteilung: $P(X \le k) = \sum_{i=0}^{k}\left[\binom{K}{i} \cdot \binom{N-K}{n-i} \Big/ \binom{N}{n}\right]$

Poisson-Verteilung

Grenzverteilung der Binomialverteilung bei seltenen Ereignissen:

- kleine Erfolgswahrscheinlichkeit p
- viele Durchführungen, also großes n

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$\boxed{P(X = k) = P_{\lambda}(k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^{k}}{k!}}$$

λ = einziger Parameter (= Erwartungswert)
k = Anzahl der Treffer (Erfolge mit der Wahrscheinlichkeit p)

Erwartungswert: E(X) = **λ** = μ = n·p

Varianz: V(X) = **λ** = n·p

Verteilungsfunktion: $P(X \le k) = F_{\mu}(k) = \sum_{i=0}^{k}\left(e^{-\mu} \cdot \frac{\mu^{i}}{i!}\right)$

Geometrische-Verteilung

Manchmal auch Pascal-Verteilung genannt; sie ist ein Spezialfall der Negativ-Binomialverteilung für Erfolgszahl r = 1;

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$\boxed{P(X = k) = GE(p;\, k) = q^{k-1} \cdot p}$$

p = Erfolgswahrscheinlichkeit
q = 1 – p
k = Anzahl der nötigen Versuche; $k \in \mathbb{N}$
Erwartungswert: E(X) = $\frac{1}{p}$

Varianz: V(X) = $\frac{q}{p^2}$

Verteilungsfunktion: $P(X \le k) = 1 - q^{k}$

Negativ-Binomialverteilung

- Bernoulli-Kette (genau zwei einander ausschließende Ereignisse möglich und unabhängige Durchführungen)
- $\Rightarrow$ Ziehen **mit** Zurücklegen

Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$\boxed{P(X = k) = NB(r;\, p;\, k) = \binom{r+k-1}{k} \cdot p^{r} \cdot q^{k}}$$

r = Anzahl der erwünschten Erfolge
p = Erfolgswahrscheinlichkeit
k = Anzahl der auftretenden Misserfolge
Erwartungswert: E(X) = $\mathbf{r} \cdot \frac{q}{p}$

Varianz: V(X) = $\mathbf{r} \cdot \frac{q}{p^2}$

Verteilung: $P(X \le k) = \sum_{i=0}^{k}\left[\binom{r+i-1}{i} \cdot p^{r} \cdot q^{i}\right]$